



|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                     |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
|           | <p><b>b)</b> <math>E(x) = (x + 2021)^2 - 10(x + 2021) + 25 - 4 = (x + 2021 - 5)^2 - 2^2 = (x + 2016)^2 - 2^2 = (x + 2014)(x + 2018)</math>, pentru orice număr real <math>x</math></p> <p><math>E(-2018) = 0 \Rightarrow E(-2018) \cdot E(-2019) \cdot E(-2020) \cdot E(-2021) = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p>                                   |
| <b>3.</b> | <p><b>a)</b> <math>A(a, 2a) \in G_f \Leftrightarrow f(a) = 2a</math><br/> <math>-2a + 8 = 2a</math>, de unde rezultă <math>a = 2</math></p> <p><b>b)</b> <math>B(0, 8)</math> este punctul de intersecție al graficului funcției <math>f</math> cu axa <math>Oy</math><br/> Distanța de la punctul <math>A(2, 4)</math> la punctul <math>B(0, 8)</math> este <math>AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 2\sqrt{5}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p> |
| <b>4.</b> | <p><b>a)</b> În triunghiul <math>ABC</math>, <math>MN \parallel BC</math>, deci <math>\triangle AMN \sim \triangle ABC</math><br/> <math>\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow MN \cdot AC = BC \cdot AN</math></p> <p><b>b)</b> <math>NP \parallel AB \Rightarrow \frac{BP}{BC} = \frac{AN}{AC}</math><br/> <math>MN \parallel BC \Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{CN}{AC}</math><br/> <math>\frac{BP}{BC} + \frac{BM}{AB} = \frac{AN}{AC} + \frac{CN}{AC} = 1</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> |
| <b>5.</b> | <p><b>a)</b> În triunghiul <math>ABC</math> dreptunghic în <math>A</math>, <math>\angle C = 30^\circ</math>, deci <math>BC = 12\text{ cm}</math>, și cum <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>BC</math>, rezultă că <math>AM = \frac{BC}{2} = BM = 6\text{ cm}</math><br/> <math>P_{\triangle ABM} = 3 \cdot 6 = 18\text{ cm}</math></p> <p><b>b)</b> În triunghiul <math>ABC</math> dreptunghic în <math>A</math>, <math>AC^2 = \sqrt{BC^2 - AB^2}</math>, deci <math>AC = 6\sqrt{3}\text{ cm}</math><br/> <math>AM</math> este mediană, deci <math>A_{\triangle AMC} = \frac{A_{\triangle ABC}}{2} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}\text{ cm}^2</math>, <math>9\sqrt{3} &lt; 16 \Leftrightarrow \sqrt{243} &lt; \sqrt{256}</math>,<br/> obținem că aria triunghiului <math>AMC</math> este mai mică decât <math>16\text{ cm}^2</math></p> | <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>                  |
|           | <p><math>A_t = P_{\triangle ABC} \cdot AD = 36 \cdot 18 = 648\text{ cm}^2</math>, <math>A_t = A_l + 2 \cdot A_b = 648 + 2 \cdot 36\sqrt{3}\text{ cm}^2 = 72(9 + \sqrt{3})\text{ cm}^2</math><br/> <math>72(9 + \sqrt{3}) &gt; 720 \Leftrightarrow 9 + \sqrt{3} &gt; 10 \Leftrightarrow \sqrt{3} &gt; \sqrt{1}</math>, deci aria totală a prismei <math>ABCDEF</math> este mai mare decât <math>720\text{ cm}^2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p>                                   |
|           | <p><b>b)</b> <math>AM \perp BC</math>, unde <math>M \in BC</math> și, cum <math>DA \perp (ABC)</math> și <math>AM, BC \subset (ABC)</math>, obținem că <math>DM \perp BC</math>, <math>AM \cap DM = \{M\} \Rightarrow BC \perp (ADM)</math><br/> Construim <math>AQ \perp DM</math>, <math>Q \in DM</math> și, cum <math>AQ \perp BC</math>, <math>DM \cap BC = \{M\} \Rightarrow AQ \perp (DBC) \Rightarrow d(A, (BCD)) = AQ</math>; triunghiul <math>ADM</math> este dreptunghic în <math>A</math>, deci <math>AQ = \frac{AD \cdot AM}{DM} = 9\text{ cm} \Rightarrow AA' = AQ = d(A, (BCD))</math> și, cum <math>Q, A' \in (BCD)</math>, obținem că <math>A' = Q</math><br/> <math>EF \parallel BC</math>, deci <math>EF \perp (ADM)</math>, de unde obținem că <math>\angle(AA', EF) = 90^\circ</math></p>                                                  | <p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p>                                   |